

## МОДЕЛ ЗА ОПТИМИРАЊЕ ПРОИЗВОДЊЕ ВОЋНИХ СОКОВА<sup>1</sup>

Мирјана Лукач-Булатовић<sup>2</sup>

**Абстракт:** У раду је формулисан опште-теоријски и математички модел чији је циљ дефинисање производног асортимана, који може да обезбеди максималан нето-приход уз испуњење свих услова (ограничења). Тако дефинисан модел решаван је применом методе линеарног програмирања. На основу техничко-технолошких и тржишних фактора (ограничења) формиране су две варијанте модела. Прва варијанта условљава искоришћеност капацитета. Друга варијанта не условљава искоришћеност капацитета и оптимални асортиман резултат је, пре свега, тржишних услова. Упоредном анализом варијанти модела дошло се до закључка који је производни асортиман најповољнији. Квалитет решења испитиван је постоптималном анализом, а резултати истраживања указују на могућност побољшања финансијских показатеља променом производне усмерености и производног асортимана анализираних објекта за прераду воћа.

**Кључне речи:** воће, прерада, модел, оптимирање.

### Увод

Воћни сокови и њима сродни производи, једна су од најзначајнијих група прерађевина од воћа са прехрамбеног аспекта. Према физичким особинама и примењеној технологији, воћни сокови се деле на: бистре, мутне или опалесцентне и кашасте.

Асортиман воћних сокова условљен је специфичностима производње воћа и полупроизвода од воћа. На производни асортиман, значајно утичу и захтеви тржишта према појединим врстама производа од воћа. Без обзира на

---

<sup>1</sup> Резултати истраживачког рада су настали захваљујући финансирању Министарства науке и заштите животне средине Републике Србије, пројекта евиденционог броја БТН-341002Б под називом „Производи од сушеног воћа“ у оквиру „Националног програма биотехнологије и агроиндустрије“ од 01.04.2005. године.

<sup>2</sup> Мр Мирјана Лукач Булатовић, асистент, Пољопривредни факултет, Нови Сад

сличност са индустријском производњом осталих прерађевина, постоје одређене разлике које производњу воћних сокова сврставају у специфичну врсту прераде. Разлике се свде на постојање неподударности између улазних елемената у производни процес (врста, квалитет и масе сировина) и готових производа. У индустријској производњи одређених прерађевина (мармелада, џем и слично) користи се, углавном, привремено конзервисано воће тзв. пулпа (90%), а у производњи воћних сокова основне сировине су: воћне каше конзервисане замрзавањем или пастеризацијом, концентровани воћни сокови и замрзнуто воће. Поред тога, значајне разлике се јављају у припреми сировина за прераду и избору одговарајуће опреме.

Модел оптимизације приказан у овом раду представља новину, јер су се досадашњи модели оптимизације односили на поједине технолошке операције у примарној воћарској производњи. У другим гранама прехранбене индустрије (месна индустрија) рађени су модели за оптимизацију производног програма.

Имајући у виду недовољну истраженост индустрије за прераду воћа са становишта ефикасног управљања производњом, анализом модела предузећа које се бави прерадом воћа испитана је могућност утврђивања оптималног програма производње воћних сокова. Применом модела утврђено је колико се ефикасност управљања производњом може побољшати променом производне усмерености објекта за прераду воћа и производног асортимана.

### **Извори података и метода рада**

За реализацију рада коришћени су подаци који су преузети из анализираног објекта за прераду воћа (оперативна евиденција, планови, обрачунске калкулације и рецептуре производње). За конструисање модела узете су информације о капацитету и техничким коефицијентима од стручних служби и рачуноводства објекта за прераду воћа. Као извори података послужили су и литерални и остали материјали са симпозијума и саветовања који се односе на испитивану проблематику.

Пошто је предмет истраживања организациони систем (фабрика за прераду воћа), на којем није реално могуће или није рационално експериментисати, истраживање је проширено конструисањем модела. Модел узима у обзир све специфичности фабрике и њеног окружења. За решавање модела коришћена је метода линеарног програмирања, која је примерена код проблема чији је циљ утврђивање оптималне структуре производње на бази минимума или максимума задате функције критеријума.

Основу за решавање проблема оптимирања производње представља поставка математичког модела. Пре утврђивања оптималног производног

асортимана дефинисане су: производне активности, матрица ограничавајућих услова, технички коефицијенти и функција критеријума функционалности.

Производне активности (независно променљиве) подељене су у две групе. Прву групу активности чине финални производи. У другу групу активности су сврстани основни и помоћни материјал, изражени у одговарајућим јединицама мере (килограм, комад).

Ограничења укључена у модел имају за циљ да се све расположиве количине сировина утрше у свежем стању или као прерађевине. Ово се постиже на тај начин, што су количине основног материјала (каша, концентрати, смрзнуто и свеже воће) изједначене са количином производа који се од њих могу добити. На исти начин формулисана су ограничења везана за помоћни материјал (додатке и амбалажу). Тиме је набавка истих усклађена са потрошњом, што смањује трошкове финансирања залиха.

Капацитети представљају ограничавајуће факторе производње. Знак ( $\leq$  и  $\geq$ ) уз одговарајуће величине везан је за капацитете линија за прераду и минималну продају појединих производа.

Број ограничења у моделу је у великој мери одређен бројем активности, што се, пре свега, односи на активности из групе основни и помоћни материјал. У варијанти I искључена су тржишна ограничења како би се утврдио стварни утицај тржишта на производни асортиман и финансијски резултат.

Технички коефицијенти (у ограничењима) који имају улогу повезивања независно променљивих величина са ограничавајућим ресурсима у моделу су натурални утрощи сировина по јединици производа (100 l). Технички коефицијенти се могу мењати услед технолошких измена или промена резултата у примарној производњи односно преради.

За постављање математичког модела коришћене су следеће ознаке:

**Индекси:**

$j$  - 1(1);  $n$  - врста сокова

$k$  - 1(1);  $m$  - основни материјал

$l$  - 1(1);  $p$  - помоћни материјал

**Активности:**

$X_j$  - количина сокова  $j$ -те врсте  $j = 1, 2, \dots, n$

$Y_k$  - количина  $k$  - те врсте основног материјала  $k = 1, 2, \dots, m$

$Z_l$  - количина  $l$  - те врсте додатака и амбалаже,  $l = 1, 2, \dots, p$

**Коефицијенти у ограничењима**

$a_{kj}$  - количина  $k$  - те врсте основног материјала у  $j$  - тој врсти сока

$b_{lj}$  - количина  $l$  - те врсте додатака и амбалаже у  $j$  - тој врсти сока

**Ограничења:**

$E_j$  - капацитет за производњу  $j$  - те врсте сока

$T_j$  - минимална тражња за  $j$  - том врстом сока

**Коефицијенти у функцији критеријума:**

$C_j$  - цена  $j$  - те врсте сока

$C_k$  - цена  $k$  - те врсте основног материјала

$C_l$  - цена  $l$  - те врсте додатака и амбалаже

**Оптимизациони задатак:**

Оптимизациони задатак се своди на максимизацију функције критеријума

$$\max Z = \sum_{j=1}^n C_j X_j - \sum_{k=1}^m C_k Y_k - \sum_{l=1}^p C_l Z_l$$

уз ограничења:

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n a_{kj} X_j + \sum_{l=1}^p \sum_{j=1}^n b_{lj} X_j - \sum_{k=1}^m Y_k - \sum_{l=1}^p Z_l = 0$$

$$X_j \leq E_j$$

$$X_j \geq T_j$$

$$X_j, Y_k, Z_l \geq 0$$

Дефинисање критеријума оптималности представља полазну основу у изналажењу оптималног програма. При формулацији функције критеријума пошло се од циља истраживања или са становишта објекта за прераду воћа циља пословања. То је асортиман воћних сокова који обезбеђује максималан финансијски резултат.

**Резултати истраживања**

***Решавање модела***

Моделом је обухваћено 28 независно променљивих. Њихов број по групама износи:

- воћни сокови - 7
- основни материјал - 15
- помоћни материјал - 6

Број ограничења је 49. Њихов број по групама износи:

- капацитети - 21
- тржиште - 28

Проблем оптимума решен је помоћу алата Solver у Excel-у.

Оптимальни производни асортимани по варијантама дати су у табели 1. Резултати показују велики утицај тржишних услова на асортиман производа. Читаве врсте воћних сокова се нису нашле у коначном решењу. Изузетак представља сок мултивитамин са производњом од 400.000 литара. У варијанти са тржишним условима, долази до повећања производње воћних сокова. Примера ради, у варијанти II производња кашастог сока од брескве је повећана у односу на варијанту I за 95.000 литара. Слично је и са производњом осталих воћних сокова.

Табела 1. Оптимални асортиман производа по варијантама  
Table 1. Optimal assortment per variants

Производ/Product	Варијанта/Variant	
	I	II
Кашасти сок бресква/Fruit juice peach	0	95.000
Кашасти сок кајсија/Fruit juice apricot	0	45.000
Кашасти сок јагода/Fruit juice strawberry	0	62.000
Кашасти сок крушка/Fruit juice pear	0	40.000
Бистри сок боровница/Clear juice juniper berry	0	55.000
Бистри сок ђус/Clear juice orange	0	22.000
Бистри сок мултивитамин/ Clear juice multi-vitamin	400.000	860.000
Нето приход (у 000 дин.)/Net income	11.714,49	10.052,77
Укупан приход (у 000 дин.)/Total income	23.200,00	22.390,00

У варијанти без тржишних ограничења из оптималног производног програма су готово искључене све врсте сокова, што указује на њихову неконкурентност у односу на сок мултивитамин.

Нето приход представља разлику између укупног прихода и варијабилних трошкова и у овом случају наведену вредност треба узети са резервом, јер у себи не укључује трошкове радне снаге и енергије које је било тешко утврдити по јединици производа. У варијанти I нето приход учествује са 50,49% у укупном приходу. Учешће нето прихода у укупном приходу се смањује и износи 44,96% у варијанти II.

Искључивање тржишних ограничења из модела доводи до повећања укупне производње (изражено натурално и вредносно). Повећање производње креће се око 3,49% (однос II и I варијанте). Ако се варијанта II посматра као база онда је остварено повећање укупног прихода од 3,61% у варијанти I, односно, нето прихода од 16,52%.

Редуковани трошкови (табела 2) показују за колико треба смањити или повећати трошкове, ако смањимо или повећамо горњу границу променљиве. У случајевима када морамо на брзину мењати количине производа, редуковани трошкови добијају на значају.

Табела 2. Редуковани трошкови по варијантама  
Table 2. Reduced costs per variants

Производ/Product	Варијанта/Variant	
	I	II
Сок бресква/Peach juice	-290,46	0,00
Сок кајсија/Apricot juice	-144,42	0,00
Сок јагода/Strawberry juice	0,00	0,00
Сок крушка/Pear juice	-538,45	0,00
Сок боровница/Juniper berry juice	0,00	0,00
Ћус/Orange	-737,53	0,00
Мултивитамин/Multivitamin	0,00	0,00

У првој варијанти редуковане трошкове има бистри сок ђус (737,52 динара), кашасти сок – крушка (538,45 динара), кашасти сок – бресква (290,46 динара) и кашасти сок – кајсија (144,42 динара). Наведени сокови због неконкурентности нису се нашли у оптималном решењу (варијанта I).

На основу приложених података може се израчунати свако смањење нето прихода са променом оптималног асортимана производа, односно укључивањем у производни програм неконкурентних производа.

Табела 3. Границе промена коефицијената у функцији критеријума  
Table 3. Coefficient change limits in criteria function

Производ Product	Цена Price	Варијанта/Variant			
		I		II	
		Повећање Increase	Смањење Decrease	Повећање Increase	Смањење Decrease
Сок бресква/Peach juice	5.200,00	290,46	∞	290,46	∞
Сок кајсија/Apricot juice	5.800,00	144,42	∞	144,42	∞
Сок јагода/Strawberry juice	5.800,00	659,80	∞	659,80	∞
Сок крушка/Pear juice	5.200,00	538,45	∞	538,45	∞
Сок боровница/Juniper berry juice	5.800,00	1068,18	∞	1068,18	∞
Ћус/Orange	5.800,00	737,53	∞	737,53	∞
Мултивитамин/Multivitamin	5.800,00	∞	144,42	∞	144,42

Испитивање конкурентности производа добија на значају са одређивањем граница у којима поједини производи остају конкурентни (табела 3).

Табела 4. Цене у сенци (дин/кг, дин/ком)  
Table 4. Shadow prices

Ограничења/Limitations	Варијанта/Variant	
	I	II
Бресква БК II класа/Peaches without pit class II	15,00	15,00
Свежа кајсија/Fresh apricot	27,39	27,39
Каша јагоде/Strawberry puree	26,07	45,00
ДЗ крушка II блок/Deep frozen pear (block)	26,00	26,00
Концентрат боровнице/Juniper berry concentrate	146,25	427,20
Концентрат поморанџе/Orange concentrate	126,60	126,60
Каша јабуке/Apple puree	18,00	18,00
Шећер/Sugar	32,00	32,00
Лимунска киселина/Limon acid	63,00	63,00
Витамин C/Vitamin C	356,00	356,00
Арома јагоде/Strawberry flavour	600,00	600,00
Арома боровнице/Juniper berry flavour	775,00	775,00
Грепскин/Grepskin	771,50	771,50
Арома манга/Mango flavour	597,00	597,00
Комплекс витамина/Vitamin complex	900,00	900,00
Флаша 1/1/Bottle 1/1	13,24	13,24
Поклопац Fi 53/Cover Fi 53	1,67	1,67
Етикета/Label	0,20	0,20
Тацна/Tray	6,00	6,00
Стреч фолија/Trench foil	98,00	98,00
Термоскупљајућа фолија/Thermo foil	75,00	75,00
Капацитет за производњу/Production capacity	2928,62	2928,62
Минимална тражња-сок бресква/Minimal demand peach juice		-290,46
Минимална тражња-сок кајсија/Minimal demand apricot juice		-144,42
Минимална тражња-сок јагода/Minimal demand strawberry juice		-659,80
Минимална тражња-сок крушка/Minimal demand pear juice		-538,44
Минимална тражња-сок боровница Minimal demand juniper berry juice		-1068,18
Минимална тражња-сок ђус/Minimal demand orange juice		-737,53
Минимална тражња-сок мултивитамин Minimal demand multi-vitamin juice		0

Производи који нису конкурентни (негативне вредности у колони "редуковани трошкови") имају идентичне вредности, али супротан (позитиван) предзнак у колони "могуће повећање" цена. Примера ради, у случају да се повећама цену сока брескве за 2,90 дин/л, производни асортиман се мења јер овај производ постаје конкурентан. Уколико је горња граница промене цене једног производа једнака доњој граници промена цена другог производа, реч је о међусобно конкурентним производима. Директно конкурентни производи су сок кајсија и сок мултивитамин (144,42 дин/л).

Промене цена сировина не угрожавају поузданост решења. Највеће дуалне цене имају концентрат боровнице (427,20 динара) и концентрат поморанце (126,60 динара). У оквиру помоћног материјала, највеће дуалне цене има од додатака – комплекс витамина, а од амбалаже – флаша 1/1. Предзнак дуалних цена зависи од испуњености тржишних ограничења. Негативан предзнак имају дуалне цене оних воћних сокова који су се у минималним количинама нашли у оптималном решењу.

Највеће могуће смањење нето прихода у обе варијанте, уследило би са укључивањем у производни програм бистрог сока – боровница (1068,18 динара), а највећи раст са повећањем производње бистрог сока – мултивитамин (144, 42 динара).

### Закључак

Анализом модела предузећа које са бави прерадом воћа и довођењем у међусобни однос одређеног броја производа, показано је са којом структуром производње може да се постигне највећи нето-приход.

- У варијанти са тржишним условима у оптимални производни програм улазе све врсте сокова, док у варијанти без тржишних ограничења у оптимални производни програм улази сок – мултивитамин. У варијанти I у односу на варијанту II остварено је повећање укупног прихода од 3,61%, односно нето прихода од 16,52%.

- Нето приход представља разлику између укупног прихода и варијабилних трошкова и у овом случају наведену вредност треба узети са резервом, јер не укључује трошкове радне снаге и енергије које је било тешко утврдити по јединици производа. У I варијанти нето приход учествује са 50,49% у укупном приходу. Учешће нето прихода у укупном приходу се смањује и износи 44,96% у варијанти II.

- Сензитивном анализом је утврђена конкурентност између сока кајсија и сока мултивитамин. Широки интервали промена цена (кофицијената у функцији критеријума) и коефицијената у ограничавајућим условима потврђују поузданост формулисаног модела.



### Литература

1. Калановић Бранка, Рајић З., Шеварлић М., Јовановић З. (2000): Модел оптимизације прераде шљиве, Тематски зборник Производња, прерада и пласман шљиве и производа од шљиве, Коштунићи
2. Лукач Булатовић Мирјана (2004): Производни и економски ефекти у производњи и преради воћа, Магистарски рад, Пољопривредни факултет, Нови Сад
3. Милић Д., Пренкић Р., Лукач Мирјана (1999): Место и значај производње и прераде воћа у Војводини, Агроекономика бр. 28, Пољопривредни факултет, Институт за економику пољопривреде и социологију села, Нови Сад
4. Рајић З., Калановић Бранка, Церанић С. (1998): Модел оптималног производног програма кланице, Четврто саветовање агронома Републике Српске, Теслић
5. Рајић З., Калановић Бранка, Ралевић Н. (2000): Оптимални програм прераде воћа, Зборник резимеа XI Конгрес воћара Југославије, Тара

UDC: 631.155.1:663.813

## A MODEL OF OPTIMIZING FRUIT JUICE PRODUCTION

Mirjana Lukač Bulatović, M.Sc.  
Faculty of Agriculture, Novi Sad

### **Abstract**

A general-theoretical and mathematics model whose aim is defining of production assortment that will provide a maximum net income with fulfilling all conditions (limiting factors) is formulated in this paper. Such defined model was solved by applying of method of linear programming. On the basis of technically-tehnological and marketing factors (limitations) two variants of the model have been formulated. The first variant conditions utilization of capacities, while in the second variant the optimum assortment is the result, first of all, of marketing conditions. By the parallel analysis of the model variants we arrived to conclusion that the production assortment was the best. The quality of solution was tested through a post-optimum analysis, and the results of this research indicate the possibility to improve financial indices subject to modifying of production direction and production assortment of the object for fruit processing analysed.

**Key words:** fruit, processing, optimizing.